

which where defined by a trend line.

Than for the point B applies:

$$t_{\min} = 0,3012 \cdot \alpha_C^{0,0056}, \quad (11)$$

and for the point D applies:

$$t_{\min} = 0,2913 \cdot \alpha_C^{0,0282}. \quad (12)$$

**Conclusion.** The presented article deals with the effect of geometrical parameters of C-C gearing on the determination of the minimum thickness of hardened layer. This was specified by numerical simulation by the means of FEM analysis, where for the point B applies the expression (11) and for the point D expression (12) [11]. In the mentioned expression the minimum thickness of the hardened layer depends on the angle of the path of contact in point C –  $\alpha_c$ , while the final value has to be round to hundredth. Starting point for the design of hardened layer then could be the most unfavorable situation from the expressions (11) and (12) to prevent its failure and damage of the base material.

Subject for further examination is to continue in research on increasing the load carrying capacity of C-C gearing by the means of thin hard layers (multi layers, nano layers,) while in [10] is evident the effect of TiN thin hard layer. Further research is carried on with the application of mono-, multi- and nano layer on the model of strength analysis.

The work was elaborated within the solution of grant projects VEGA 1/0189/09.

**Bibliography:** 1. Kříž, R., Vávra, P.: Strojírenská příručka – 6. svazek, Části strojů a převody, 2. část, Scientia Praha, 1995. 2. Manas, F.: Ozubenie v konštrukčnej praxi, Bratislava, 1976. 3. Šalamoun, Č.: Prevody – příručka, ČVUT Praha, 1971. 4. Vereš, M., Bošanský, M.: Teória čelného rovinného ozubení, Bratislava, 1999. 5. Tőkölly, Pavol, Gajdoš, Martin, Bošanský, Miroslav: Effect of Tooth Shape to Size of Contact Stress Noninvolute Gearing, In: Problemi mehaničnogo privodu 2009: Zbornik naukovich prac – Charkiv: Nacionálnogo techničnogo universitetu – Charkivskij Politechničnij Institut 2009, – UDK 621.833, №19 – 168s., 10–20s. 6. Orococký, R.: Zvyšovanie odolnosti ozubených prevodov v interakcii s ekologickými mazivami – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Katedra častí strojov, 2004. 81s. Vedúci dizertačnej práce doc. Ing. Miroslav Bošanský, PhD. 7. Bolek, A., Kochman, J. a kol.: Technický průvodce 6 – Části strojů, II. svazek, SNTL, Praha 1990. 8. [http://www.fs.cvut.cz/cz/U232/index\\_soubory/vyuka/perspektivni\\_materialy/13\\_povrchove\\_vrstvy\\_a\\_upravy.pdf](http://www.fs.cvut.cz/cz/U232/index_soubory/vyuka/perspektivni_materialy/13_povrchove_vrstvy_a_upravy.pdf). 9. Pluhař, J., Koritka, J. a kol.: Strojírenské materiály, Praha 1982. 10. Fedák, M.: Povlaky ako možnosť zvýšenia únosnosti ozubených kolies – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Ústav dopravnéj techniky a konštruovania, 2008, 82s. 11. Tőkölly, P.: Stanovenie hrúbky vrstvy povrchovej časti boku zuba z hľadiska odolnosti voči opotrebeniu – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Ústav dopravnéj techniky a konštruovania, 2009, 130s. 12. Vocel, M., Dufek, V.: Tření a opotřebení strojních součástí, SNTL Praha 1976, DT 621.178.16, 376s. 13. Glaubitz, H.: Die zweckmässige einhärtungstiefe bei oberflächengehärteten getriebezähnen. VDI – Zeitschrift 100, 1958, č. 6. 14. Linhart, V.: Únosnost nitrocementovaných ozubených kol. Výzkumná zpráva SVÚM Z – 69 – 2132. 15. Holmberg, K., Matthews, A.: Coatings tribology, Second edition, Elsevier, Amsterdam 2009.

Поступила в редколлегию 05.05.10

УДК 621.01; 621.833; 621.852

Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет), г. Тюмень, Россия

Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. “Детали машин” ТюмГНГУ

А.А. СЕРЕБРЕННИКОВ, д.т.н., первый проректор по учебной работе ТюмГНГУ, проф. каф. ТТС

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ОТ УСКОРЕНИЯ ВНЕДРЕНИЯ ПРИ НАХОЖДЕНИИ ТОЧЕК НА ОГИБАЮЩЕЙ, ЗНАЯ ТОЧКИ НА ОБВОЛАКИВАЮЩЕЙ

Запропонована модифікація кінематичного методу обчислення координат крапок на поверхнях, формованих методами огинання. Метод легко вписується в існуючі системи аналізу процесів формоутворення недиференціальними методами, суттєво зменшуючи загальний обсяг обчислень. Показано, що застосування похідної від прискорення впровадження на порядок підвищує точність кінематичного методу знаходження крапок на поверхні, що обгинає.

There is a modification to the undifferentiated surface points' estimation methods that are formed by envelope methods. This method: doesn't need a lot of additional calculations; easily fits the existing analysis systems of forming processes; essentially reduces the overall total of calculations at adequate accuracy.

**Постановка задачи.** В [1] изложен кинематический метод нахождения точек на огибающей поверхности, имея точки на обволакивающей [2]. Метод основан на использовании понятий скорость и ускорение внедрения и, как показано в [1], позволяет при том же числе “резов” на 1-3 порядка уменьшить величину отклонения находимых точек от теоретической огибающей. Компьютерные расчеты, часть которых представлена в [1], показали, что характер отклонения найденных точек на  $\Sigma_3$  от огибающей  $\Sigma_2$  (см. рисунок 1), подчиняется вполне определенным зависимостям: а) в направлении роста радиуса кривизны огибающей  $\Sigma_2$  точки  $\Sigma_3$  располагаются внутри тела огибающей  $\Sigma_2$ ; б) отклонения точек  $\Sigma_3$  от  $\Sigma_2$  связаны степенной зависимостью. Всё это соответствует физическому смыслу и указывает на то, что в анализируемом примере погрешности вычислений обусловлены влиянием третьих

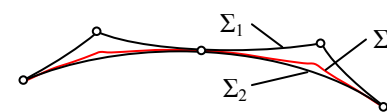


Рисунок 1 – Виды поверхностей:

$\Sigma_1$  – обволакивающая;

$\Sigma_2$  – огибающая;

$\Sigma_3$  – найдена кинематическим методом

производных. Ведь скорость внедрения вычисляется через первые производные; ускорение внедрения – через вторые производные; а более высокие производные в кинематическом методе [1] не учитываются. Заметим, что высокие производные предлагалось использовать при анализе и синтезе зацеплений и ранее. Так Г.И. Шевелева разработала метод степенных рядов [3]. Д.Т. Бабичев писал [4] о полезности понятий высоких производных от скорости внедрения, но идея эта до настоящего времени ни в методиках, ни в расчетах не была реализована.

**Цель работы.** Разработка методики нахождения точек на огибающей поверхности через координаты точек на обволакивающей, используя при вычислениях производную от ускорения внедрения. И оценка степени точности кинематического метода, изложенного в [1], при использовании в нём третьих производных.

**1. Производная от ускорения внедрения.** Её находим, дифференцируя ускорение внедрения  $a_{BH}$  [1, формула (3)] по времени  $t$ :

$$\dot{a}_{BH} = \frac{da_{BH}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{a}_{12} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{V}_{12} \cdot \dot{\mathbf{n}}) = \dot{\mathbf{a}}_{12} \cdot \mathbf{n} + 2 \cdot \mathbf{a}_{12} \cdot \dot{\mathbf{n}} + \mathbf{V}_{12} \cdot \ddot{\mathbf{n}}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{V}_{12}$  – вектор относительной скорости;  $\mathbf{n}$  – орт нормали к поверхности, направленный из тела производящего элемента;  $\mathbf{a}_{12}$  – ускорение точки, находящейся на производящей поверхности  $\Sigma_1$  и скользящей по ней со скоростью “ $-\mathbf{V}_{12}$ ”;  $\dot{\mathbf{n}}$  – производная орта нормали  $\mathbf{n}$ .

Для плоской реечной передачи, в которой производящий профиль есть прямая, получили с использованием зависимостей (3)-(5) и (6b)-(8b) из [1], и полагая в обобщенном зацеплении [1, рисунок 1]:  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$ ,  $\gamma = 90^\circ$ ,  $\omega_2 = 1$ ,  $V_1 = -a_w$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = V_2 = V_3 = 0$ ,  $S_3 = a_w$ , следующую простую формулу для вычисления производной  $\dot{a}_{BH}$  от ускорения внедрения  $a_{BH}$ :

$$\dot{a}_{BH} = \omega_{12}^3 \cdot r_b = -\omega_2^3 \cdot r_b = -r_b, \quad (2)$$

где  $r_b$  – радиус основной окружности нарезаемого колеса.

Используя формулы работы [1], а так же зависимость (2), построили графики, представленные на рисунке 2, которые иллюстрируют, как изменяются: скорость внедрения  $V_{BH}$ , ускорение внедрения  $a_{BH}$  и его производная  $\dot{a}_{BH}$  вдоль режущих кромок в рассматриваемом реечном зацеплении.

**Скорость внедрения  $V_{BH}$**  – см. рисунки 2а и 2б – равна 0 в точках К и К\* контакта производящей рейки с огибающей эвольвентой (на рисунке 2 не показана). В неконтактных точках  $V_{BH}$  численно равна (при  $\omega_{12}=1$ ) плечу  $h$  орта нормали  $\mathbf{n}$  относительно полюса зацепления Р. При этом  $V_{BH}>0$ ,  $\mathbf{n}$  создает момент относительно полюса Р, совпадающий по направлению с относительной угловой скоростью  $\omega_{12}$  (напомним  $\omega_{12} = \omega_{\text{инструм}} - \omega_{\text{заготов}})$ . При перемещении рейки, точки контакта К и К\* смещаются по профилю рейки и поэтому скорости внедрения  $V_{BH}$  во всех точках профиля изменяются. Отметим три существенных обстоятельства. Во-первых, эпюры  $V_{BH}$  (при  $V_{BH}>0$ ) на рисунке 2б показывают толщины слоев, срезаемых режущей кромкой. Это одна из ключевых идей В.А. Шишкова [5], предложившего понятие  $V_{BH}$ . Во-вторых, в точках В и С излома профилей действует правило: если в изломе знак  $V_{BH}$  изменяется – этот излом формообразующий, т.е. точка находится на огибающей (см. точку С на рисунке 2б); если в изломе знак  $V_{BH}$  не изменяется – излом не

формообразующий, т.е. точка лежит вне огибающей (см. точку В на рисунке 2б). Это одно из положений работы [5], автором которой детально проработаны вопросы формообразования изломами. В-третьих, при изменении направления движения обката, скорость  $V_{BH}$  во всех точках производящего профиля изменяет направление на противоположное.

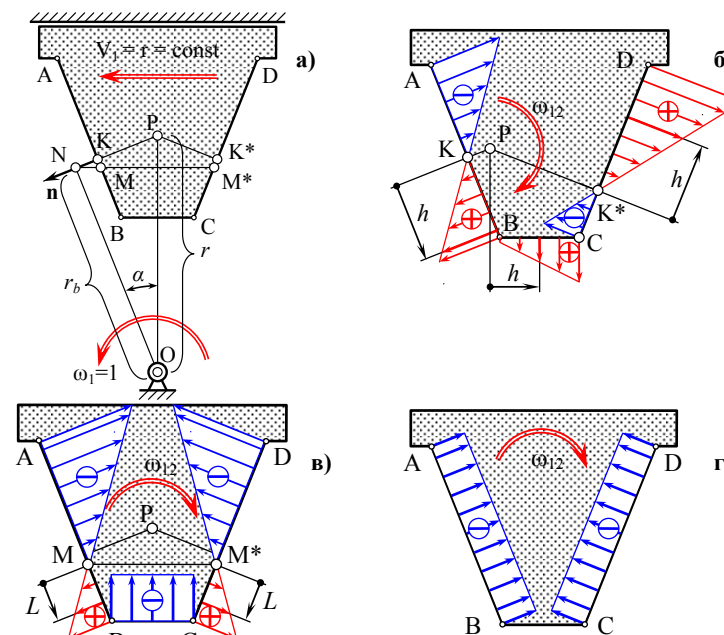


Рисунок 2 – Параметры внедрения прямолинейных отрезков профиля рейки:  
а) схема зацепления; б) скорость  $V_{BH}$ ; в) ускорение  $a_{BH}$ ; г) его производная  $\dot{a}_{BH}$

**Ускорения внедрения  $a_{BH}$**  – см. рисунки 2а и 2в – равно 0 в точках М и М\*. В других точках боковых профилей АВ и CD ускорение  $a_{BH}$  находится в линейной зависимости от расстояния  $e$  текущей точки от точек М или М\*:  $a_{BH} = \omega_{12}^2 \cdot e \cdot \text{ctg } \alpha$ , где  $\alpha$  – угол исходного контура рейки. На участке ВС ускорение  $a_{BH} = \omega_{12}^2 \cdot r_f$ , где  $r_f$  – расстояние отрезка ВС от центра колеса – точки О. Два существенных обстоятельства. Во-первых, величина и направление ускорения  $a_{BH}$  не зависят ни от перемещения рейки при обкате, ни от направления этого движения. Во-вторых, в точках при  $a_{BH}>0$  огибающая формируется внутри тела производящего элемента (см. участки MB и CM\*), т.е. имеет место подрезание зуба колеса.

**Производная  $\dot{a}_{BH}$  от ускорения внедрения  $a_{BH}$**  – см. рисунок 2г: равна  $\dot{a}_{BH} = -\omega_{12}^3 \cdot r_b$ ; одинакова во всех точках боковых участков АВ и CD и не за-

висит от перемещения рейки. При смене направления движения при обкате, изменяется и знак  $a_{BH}$ . На участке ВС ускорение  $a_{BH}=0$ .

**2. Основы кинематического метода, использующего производную от ускорения внедрения.** Приводим алгоритм нахождения точек на огибающей поверхности для случая однопараметрического огибания.

**Этап 1** аналогичен этапу 1, описанному в [1]: найти координаты  $x_2, y_2, z_2$  точек на обволакивающей  $\Sigma_1$ . При этом вычислить и запомнить: а) проекции  $n_{x2}, n_{y2}, n_{z2}$  орта нормали  $\mathbf{n}_1$  к поверхности  $\Sigma_0$ ; б) векторы относительных скоростей: угловой  $\omega_{12}$  и линейной  $\mathbf{V}_{12}$ ; в) скорость  $V_{BH}$  и ускорение  $a_{BH}$  внедрения. Дополнительно найти производную ускорения внедрения  $\dot{a}_{BH}$  для процесса формообразования зубьев эвольвентного колеса рейкой используем формулу (2).

**Этап 2** сильно похож на этап 2 из [1]:

- Вычислить расстояния  $\delta$  от точек на обволакивающей  $\Sigma_1$  до огибающей  $\Sigma_2$  (вдоль нормалей  $\mathbf{n}_1$  к  $\Sigma_1$ ), и время  $\Delta t$  их прохождения по формулам:

$$\Delta t = \min \left\{ \text{abs} \left( \frac{-a_{BH} \pm \sqrt{a_{BH}^2 + 2 \cdot \dot{a}_{BH} \cdot V_{BH}}}{\dot{a}_{BH}} \right) \right\};$$

$$\delta = \text{abs} \left( V_{BH} \cdot \Delta t + \frac{a_{BH} \cdot \Delta t^2}{2} - \text{sign}(V_{BH}) \cdot \frac{\dot{a}_{BH} \cdot \Delta t^3}{6} \right).$$
(3)

- Найти нормаль  $\mathbf{N}$  и её орт  $\mathbf{n}^{(\Sigma_2)}$  к огибающей поверхности [1, формулы (13)].
- Вычислить расстояния  $\delta_n$  по нормали к поверхности  $\Sigma_2$  [1, формула (14)].
- Найти координаты точек на огибающей поверхности  $\Sigma_2$  ([1, формулы (15)]).

**3. Апробация предлагаемого метода и оценка его точности.** В соответствии с приведенными выше алгоритмом и формулами были внесены дополнения в компьютерную программу, используемую при выполнении работы [1]. По этой программе было выполнено моделирование процесса формообразования прямозубого эвольвентного колеса производящей рейкой. Как и в [1], делительный диаметр колеса принят равным  $d=1000$  мм, т.е.  $a_w=500$  мм. На рисунке 3 представлены результаты этого моделирования. На нём приведены в графическом виде отклонения найденных точек поверхности  $\Sigma_3$  (см. рисунок 1) от огибающей  $\Sigma_2$ , т.е. от эвольвенты. Видно, что: а) отклонения почти не зависят от положения точки на эвольвенте; б) отклонения стабильно и сильно снижаются при увеличении числа зубьев  $z$  и количества резов  $k$  при повороте заготовки на один зуб (при увеличении  $z$  или  $k$  в 2 раза, отклонение уменьшается более чем в 30 раз); в) величина отклонений ничтожна: при  $z=10$  и  $k=10$  максимальное отклонение от эвольвенты на колесе с делительным диаметром  $d=1000$  мм равно всего 0,0001 микрометра; г) при  $z \cdot k > 1500$  погрешность метода  $\Delta h < 10^{-9}$

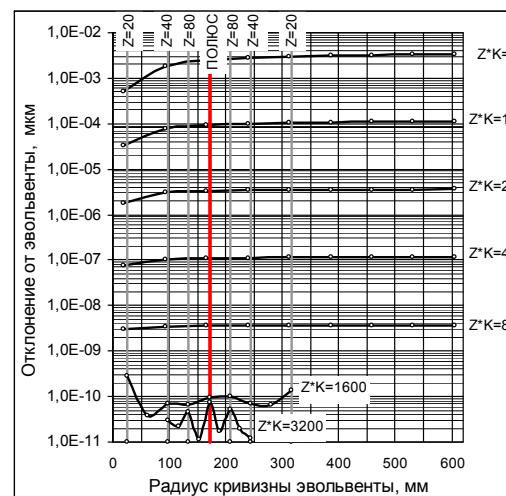


Рисунок 3 – Точность кинематического метода при использовании производных от ускорения внедрения

при использовании производных от ускорения внедрения. Видно, что на делительной окружности при  $z \cdot k=100$  отклонение составляет примерно 100 мкм. Вторая снизу кривая (метод 2) – максимальное отклонение для кинематического метода, описанного в [1]. Видно, что на делительной окружности при  $z \cdot k=100$ , отклонение более 1 мкм; т.е. уменьшилось почти на два порядка.

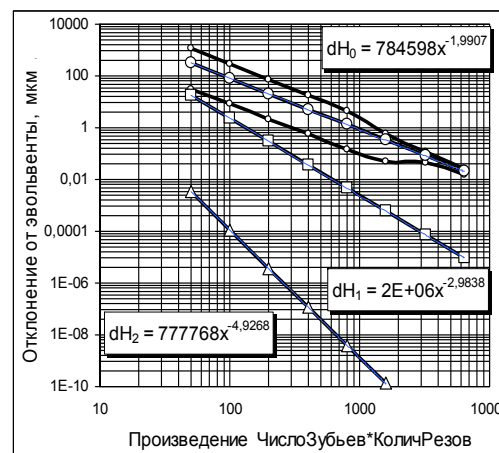


Рисунок 4 – Максимальные погрешности трёх методов нахождения огибающей

$9$  мкм становится соизмеримой с точностью вычислений компьютером, которая составляла 15-16 десятичных знаков (волнистые кривые при  $z \cdot k=1600$  и  $z \cdot k=3200$  свидетельствуют именно об этом).

На рисунке 4 приведено сравнение точности трех методов нахождения огибающей в зависимости от числа зубьев  $z$  и количества резов  $k$  (на примере обработки эвольвентного колеса рейкой). Три верхние кривые (метод 1) – максимальное отклонение обволакивающей  $\Sigma_1$  от эвольвенты  $\Sigma_2$  на окружностях (сверху вниз): вершин, делительной, вблизи основной. Видно, что на делительной окружности при  $z \cdot k=100$  отклонение составляет примерно 100 мкм. Вторая снизу кривая (метод 2) – максимальное отклонение для кинематического метода, описанного в [1]. Видно, что на делительной окружности при  $z \cdot k=100$ , отклонение более 1 мкм; т.е. уменьшилось почти на два порядка. Нижняя кривая (метод 3) – максимальные отклонения кинематического метода при использовании производной  $\dot{a}_{BH}$  от ускорения внедрения. Видно, что отклонение равно 0,0001 мкм, т.е. на шесть порядков меньше исходного и на четыре порядка меньше, чем в методе 2. Тренды, представленные на рисунке 4, показывают, что зависимости погрешностей от произведения  $z \cdot k$  носят степенной характер, но показатели степени различны:

$$\Delta_{метод1} \approx \frac{8 \cdot 10^5}{(z \cdot k)^2}, \quad \Delta_{метод2} \approx \frac{8 \cdot 10^6}{(z \cdot k)^3}, \quad \Delta_{метод3} \approx \frac{8 \cdot 10^5}{(z \cdot k)^5}. \quad (4)$$

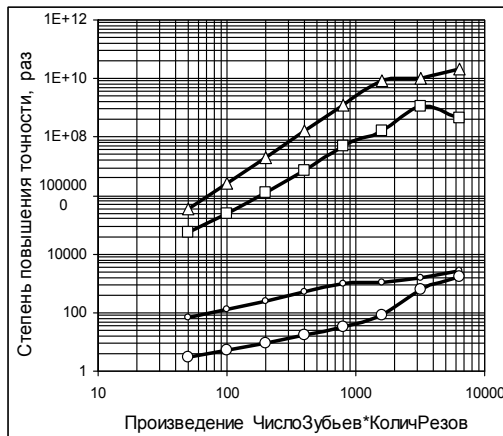


Рисунок 5 – Сравнительный анализ точности двух кинематических методов

Верхние две кривые – минимальное и максимальное повышение точности метода 3, изложенного выше и использующего производную  $\dot{a}_{BH}$ .

**Заключение.** Использована производная от ускорения внедрения в приближенном кинематическом методе нахождения точек на огибающей, когда найдены точки на обволакивающей. На простом примере показано, что в этом случае точность кинематического метода вычисления координат при том же числе резцов увеличивается на 3-6 порядков. Полагаем, что в общем случае, применение производной  $\dot{a}_{BH}$  повышает точность не на 3-6, а лишь на 2-3 порядка, т.к. была рассмотрена в качестве огибающей эвольвента, а при ее образовании вторая производная  $\ddot{a}_{BH} = 0$ . В других же зацеплениях, особенно в пространственных, четвертая производная может быть не нулевой, что приведет к снижению точности вычислений.

**Список литературы:** 1. Бабичев Д.Т., Бабичев Д.А., Панков Д.Н., Панфилова Е.Б. Кинематический метод нахождения точек на огибающей, зная точки на обволакивающей // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2010. – №20. – С.6–9. 2. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М.: Мосстанкин, 1999. – 494с. 3. Шевелева Г.И. Метод степенных рядов в теории зубчатых зацеплений с точечным контактом // Машиноведение. – 1969. – №4. – С.58–65. 4. Бабичев Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений: Автореферат дисс. ... д-ра техн. наук. – Тюмень: ТюмГНГУ. – 2005. – 47с. 5. Шникоу В.А. Образование поверхностей резанием по методу обкатки. – М.: Машгиз. 1951. – 150с. 6. Бабичев Д.Т., Бабичев Д.А., Панков Д.Н. Анализ формообразования зубьев методами огибания изломами на производящих поверхностях и линиях // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2009. – №20. – С.32–44.

Поступила в редколлегию 14.05.10

УДК 621.822.6.001

**С.В. БЕЛОДЕДЕНКО**, к.т.н., доцент каф. МАМП НМетАУ, г. Днепропетровск  
**Г.Н. БИЛИЧЕНКО**, ассистент каф. МАМП НМетАУ  
**В.И. ГАНУШ**, ассистент каф. МАМП НМетАУ

## ВЫБОР ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ И ОЦЕНКА ИХ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ ВАРИАЦИИ УСЛОВИЙ НАГРУЖЕНИЯ

Надійність опорних вузлів механічних передач можливо забезпечити на стадії проектування шляхом вибору підшипників кочення з урахуванням конструкційної та експлуатаційної нестаціонарності навантаження. В роботі приведено моделі для еквівалентного навантаження підшипників різних типів, а також алгоритм пошуку їх функцій розподілу довговічностей з урахуванням розсіювання механічних властивостей та варіації умов навантаження.

The reliability of reference sites of gears can be achieved at the design stage by selecting the rolling bearings in the light of structural and service variable loading. The paper presents a model for the equivalent load bearings of various types, as well as the algorithm for finding the distribution functions of their longevity in the light scattering of mechanical properties and the variation of loading conditions.

**Актуальность темы и постановка задачи.** Подшипники качения являются традиционным местом сосредоточения значительных затрат на техническое обслуживание и ремонт оборудования горно-металлургического комплекса. Их меняют, как по факту отказов, так и профилактически, превентивно. Первая ситуация характерна для опорно-ходовых систем непрерывного транспорта, где может не функционировать до половины имеющихся подшипников. Вторая ситуация присуща ответственным редукторам, плановый ремонт которых включает принудительную замену части подшипников безотносительно к их фактическому техническому состоянию. Кроме того, на многих предприятиях подшипниковые узлы подвергаются виброактивным методам диагностики, что с одной стороны призвано увеличивать коэффициент использования оборудования, но с другой стороны, возрастают расходы на техническое обслуживание.

Активное развитие в последние годы методов вибродиагностики подшипниковых узлов не снимает вопросов их эксплуатационного ресурса, но свидетельствует о сложности и тотальности данной проблемы. Ее истоки приходятся на этап проектирования, когда конструктор недостаточно внимания уделяет долговечности подшипников. Это при том, что характеристики сопротивления циклическому нагружению (динамическая грузоподъемность  $C$ , показатель наклона  $m$ ) для них достаточно надежно определены, и что их отличает от других стандартных и нестандартных узлов и деталей. Следовательно, неверно (не вполне точно) прогнозируются действующие нагрузки. В частности, пренебрегается влиянием нестационарности нагружения. Сложно-